

РАСЧЕТ СОСТАВНОГО ПЬЕЗОПРИВОДА МАЛЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

А.С. Чубучный, И. А. Горобец

(Донецкий национальный технический университет, кафедра СПУиМ)

В основе всех расчетов перемещений и силовых нагрузок выходных звеньев модулей с пьезоприводами лежат уравнения, описывающие состояние пьезоэлектрической среды под действием электрического поля и внешних механических нагрузок.

В матричной форме линеаризованные уравнения обратного пьезоэффекта для малых объемов пьезоэлектрической среды можно представить следующим образом

$$S = s^E \cdot T + d_i \cdot E,$$

где S и T – механические деформации и напряжения, E – напряженность электрического поля, s^E – постоянные податливости, d_i – транспонированная матрица пьезомодулей, верхний индекс E – означает измерение константы при постоянной напряженности электрического поля (это связано с тем, что в рассматриваемых пьезоприводах распределение зарядов на электродах равномерное). Известны и другие представления уравнений обратного пьезоэффекта, однако, для рассматриваемых пьезоприводов уравнения наиболее приемлемы. Для пьезокерамических материалов линеаризованные уравнения обратного пьезоэффекта можно представить в развернутом виде таким образом:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

где S_1, S_2, S_3 – деформации растяжения-сжатия, S_4, S_5, S_6 – деформации сдвига, T_1, T_2, T_3 – главные (нормальные) механические напряжения (растяжения-сжатия), T_4, T_5, T_6 – сдвиговые напряжения, $s_{11}^E, \dots, s_{66}^E$ – постоянные податливости для различных условий состояния пьезосреды, d_{31}, d_{33}, d_{15} – пьезомодули для различных условий состояния пьезосреды. Направления осей, обозначенных цифрами 1, 2, 3 совпадает с индексами параметров уравнений. Отметим, что явление гистерезиса здесь не учитывается.

Для пьезоэлектрических элементов, имеющих толщину (размер по оси 3) намного меньшую, чем остальные размеры уравнения существенно упрощаются. Физический смысл упрощения заключается в том, что сдвиговыми деформациями и напряжениями для тонких пластинок можно пренебречь.

Рассмотрим составной пьезопривод (рис.1), состоящий из пакета пьезокерамических шайб, стянутых шпилькой. Напряжение подается так, как показано на рис.2

Рассчитаем перемещение ζ рабочего торца пьезопривода в статическом режиме. Пусть левый торец преобразователя закреплен, а правый может поступательно двигаться вдоль своей оси (рис.1). На него действуют сила предварительной затяжки P_0 , создаваемая резьбовой шпилькой, и сила полезного сопротивления внешней нагрузки P . При подаче электрического напряжения U толщина пьезокерамической шайбы h_p либо увеличивается, либо уменьшается в зависимости от полярности

прикладываемого напряжения. Для определенности будем считать, что изменение толщины одной пьезошайбы.

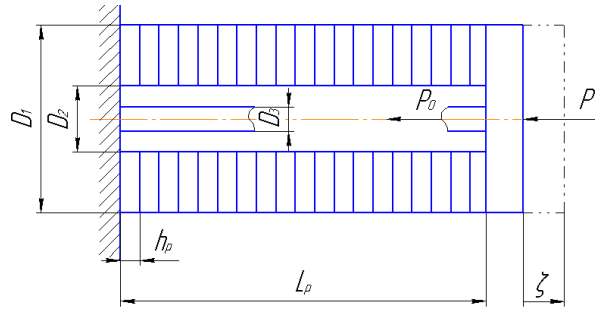


Рисунок 1 – Расчетная схема составного пьезопреобразователя

Пусть толщина пьезошайбы во много раз меньше ее диаметра. Напряжение U подается на электроды, расположенные на плоских поверхностях пьезошайб, поэтому направление оси с номером 3 совпадает с осью пьезопакета. Очевидно, что и напряжение внешней силы P также совпадает этой осью. Тогда в уравнениях обратного пьезоэффекта переменные $S_1, S_2, T_1, T_2, T_4, T_5, T_6, E_1, E_2 = 0$. В этом случае уравнение обратного пьезоэффекта будет иметь вид :

$$S_3 = s_{33}^E \cdot T_3 + d_{33} \cdot E_3,$$

где S_3 – относительная деформация одной шайбы в осевом направлении, T_3 – механическое напряжение в осевом направлении, возникающее в ней, s_{33}^E – податливость пьезокерамики,

d_{33} – пьезоэлектрический модуль пьезокерамики при действии электрического напряжения в направлении деформаций:

$$E_3 = \frac{U}{h_p},$$

где E_3 – напряженность электрического поля при действии электрического напряжения U .

Для линейной модели пьезосреды усилие предварительной затяжки не имеет значения, поэтому при подаче напряжения уравнение статики для пьезошайбы будет иметь вид:

$$T_3 \cdot \Omega_p = -P - T_M \cdot \Omega_M,$$

где T_M – дополнительное механическое напряжение в резьбовой шпильке, появляется из-за деформаций пьезошайбы, которая возникает при подаче напряжения U ,

$\Omega_M = \frac{\pi}{4} D_3^2$ – площадь поперечного сечения тонкой цилиндрической части резьбовой

шпильки. Закон Гука для резьбовой шпильки при подаче напряжения имеет вид:

$$T_M = E_M \cdot S_M,$$

Где E_M – модуль упругости шпильки, S_M – ее относительная деформация, которую можно выразить через перемещение торца пьезопреобразователя:

$$S_M = S_3 = \frac{\xi}{L_p},$$

где L_p – общая длина пакета пьезошайб. Подставив в уравнение обратного пьезоэффекта, получим :

$$\xi = \frac{\frac{d_{33} \cdot U - s_{33}^E \cdot P}{h_p} \cdot \Omega_p}{1 + s_{33}^E \cdot \frac{\Omega_M}{\Omega_p} \cdot E_M} \cdot L_p,$$

$$\xi = 22,82 \text{ мкм}.$$

Как видно из формулы перемещение рабочего торца пропорционально подаваемому электрическому напряжению, причем увеличение силы затяжки и внешней нагрузки уменьшает его. В частном случае, когда $\xi = 0$, максимальная сила, которую может развить преобразователь, т.е. блокирующая сила, определяется по формуле:

$$P_{\max} = \frac{d_{33} \cdot \Omega_p}{s_{33}^E \cdot h_p} \cdot U = 66,071 \text{ кН}$$

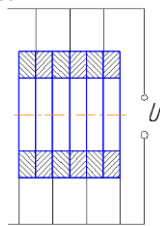


Рисунок 2 – Соединение пьезокерамических шайб в секцию.

Пьезокерамика – хрупкий материал, поэтому пьезошайбы необходимо проверить на прочность при сжатии:

$$T_{3\max} \leq [T_3]$$

где $T_{3\max} = \frac{P_{\max}}{\Omega_p} = 33,3 \text{ МПа}$ – максимальное механическое напряжение сжатия,

$$[T_3] = 400 \text{ МПа}$$

– допустимое механическое напряжение сжатия для пьезокерамики. Из неравенства следует, что

$$U \leq \left([T_3] - \frac{P_o}{\Omega_p} \right) \cdot \frac{s_{33}^E}{d_{33}}$$

Из этой формулы можно определить максимально допустимое электрическое напряжение, подаваемое на пьезопреобразователь, при заданных остальных параметрах. Практика показывает, что ограничение напряжения основывается не на прочности пьезокерамики, а на допустимой напряженности электрического поля $[E_3]$, при превышении которой может произойти деполяризация пьезокерамики:

$$U_{\max} \leq \frac{[E_3]}{h_p}$$

Для большинства пьезоматериалов $[E_3]$ лежит в диапазоне 1,0-1,5 кВ/мм

Характеристика $\xi=f(U)$ линейна при рабочем напряжении до $0,3U_{\max}$, поэтому для ММС при толщине пьезоэлемента $h_p \sim 1$ мм напряжение обычно не превышает 300 ÷ 500 В.

Для частного случая, когда $P = 0$ мы получим максимальное перемещение:

$$\xi_{\max} = \frac{d_{33} \cdot L_p}{h_p \cdot \left(1 + s_{33}^E \cdot E_M \cdot \frac{\Omega_M}{\Omega_p} \right)} \cdot U = 93,82 \text{ мкм}.$$